防衛大学校理工学研究報告
第 64 巻　第 1 号
令和 8 年 9 月

＜論文＞

部分的最大尤度法によるシークラッタの分布推定
（通信工学科 後藤 啓次 教授に捧ぐ）

鈴木　敢統*　佐山　周次**

（令和 8 年 3 月 27 日受付：令和 8 年 5 月 27 日受理）

Distribution Estimation of Sea Clutter by Partial Maximum Likelihood Method
(Dedicated to Professor Keiji GOTO)

By Kanto SUZUKI* and Shuji SAYAMA**

We have observed sea clutter containing targets using an X-band radar with a frequency of 9.41 GHz, a beamwidth of 1.0°, a pulsewidth of 0.3 μs, and a pulse-repetition frequency of 1,900 Hz. To analyze the amplitude statistics of such sea clutter, we use new partial maximum likelihood method, which is more rigorous fit of the distribution to clutter containing target than maximum likelihood method. We have found that the sea clutter amplitudes obey the Weibull distribution with the shape parameters of $c = 10.07$ to 14.84, for small data within the beam width of an antenna. It is found that the partial maximum likelihood method is effective for distribution estimation of sea clutter containing targets.

Keywords: X-band radar, sea clutter, maximum likelihood method, Weibull distribution

1. 緒言

レーダの反射波には様々な物体からの反射波が含まれている。レーダ信号処理（radar signal processing）では、目標物体からの反射波をターゲット（target）、目標物体以外からの不要な反射波をクラッタ（clutter）と呼んでいる。例えば、地表面からの反射波をグランドクラッタ（ground clutter）、海面からの反射波をシークラッタ（sea clutter）、雨雲からの反射波をウェザークラッタ（weather clutter）、流氷からの反射波をシーアイスクラッタ（sea ice clutter）と呼んでいる [1]。

クラッタはターゲット検出の妨げとなるので、抑圧する必要がある [2]。これまで、偏波や位相などを利用した多くのアンチクラッタ技術が開発されているが、振幅強度のみを扱う一般的なレーダでは、こうした方法は利用できない。そこで、クラッタの振幅強度分布の統計的性質を利用した一定誤警報率（Constant False Alarm Rate；CFAR）回路を用いる必要がある。そのためには、クラッタの統計的性質、とりわけ振幅強度分布の性質を詳しく調べることが非常に重要である [3]。

筆者らは、これまで、様々なレーダで観測された様々なクラッタの性質を赤池情報量規準（Akaike Information Criterion；AIC）[4] を用いて調べてきた。

例えば、周波数 9.41 GHz、ビーム幅 1.0°、パルス幅 0.5 μs、パルス繰り返し周波数 1,600 Hz の X バンドレーダを用いて、高気圧によって流れ込んだ暖かい空気の影響による強風時に、船舶が埋もれてい

* 防衛大学校　理工学研究科（第 64 期）
** 防衛大学校　電気情報学群　通信工学科　教授

るシークラッタを観測した。AIC を用いて分布推定を行い、アンテナのビーム幅に相当する小領域において、振幅強度の対数値の標準偏差 $\sigma = 0.508$ の対数正規分布（log-normal distribution）、シェイプパラメータ $c = 3.60 \sim 5.42$ のワイブル分布（Weibull distribution）[5]、$c = 8.72 \sim 12.07$ のログワイブル分布（log-Weibull distribution）[6]、シェイプパラメータ $m = 1.72 \sim 2.05$ の仲上m分布（Nakagami-m distribution）[7] に従うことを明らかにした[8]。

しかし、AIC の基礎となる最大尤度法（maximum likelihood method）は、観測データにターゲットを含む場合、その影響を受けてクラッタの分布推定を正確にできないという問題点がある。そこで、ターゲットの影響を排除する方法が考案できれば、CFAR 回路において、検出確率（detection probability）の向上や誤警報確率（false alarm probability）の低減が期待できる。

また、筆者らは、すでに、ターゲットの影響を受けない分布推定法として部分的 *Q-Q* 確率プロット（partial *Q-Q* plot）[9),10)] を提案しているが、推定に用いられる分布が、ワイブル分布や対数正規分布などに限られ、複数の分布の推定結果を比較することもできない。最大尤度法に基づいた方法が考案できれば、こうした問題も解決される。

このような背景から、ターゲットを含む場合にもクラッタを正確に分布推定できる部分的最大尤度法（partial maximum likelihood method）を新たに提案する。周波数 9.41 GHz、ビーム幅 1.0°、パルス幅 0.3 μs、パルス繰り返し周波数 1,900 Hz の X バンドレーダを用いて、日本列島の南岸に停滞する秋雨前線の影響による降雨時にターゲットとして 2 隻の船舶を含むシークラッタを観測した。部分的最大尤度法を観測データに適用して、ターゲットを含む場合でも、シークラッタの正確な分布推定に有効であることを確認したので報告する。

2. 部分的最大尤度法

最大尤度法とモデルとして用いるワイブル分布、新たに提案する部分的最大尤度法について説明する。

2. 1 最大尤度法

N 個の独立な観測値 $\{x_1, x_2, \cdots, x_N\}$ が得られ、その確率変数 $(X_1, X_2, \cdots, X_N)$ の同時密度関数が $p(x_1, x_2, \cdots, x_N \mid \theta)$ で与えられているとする。θ は密度関数を規定するパラメータである。このとき観測値 $(x_1, x_2, \cdots, x_N)$ は与えられるものとして固定し、$p(\cdot)$ を θ の関数と考えるとき、この関数を尤度と呼び $L(\theta)$ で表す。すなわち、

$$L(\theta) = p(x_1, x_2, \cdots, x_N \mid \theta) \tag{1}$$

である。とくに、確率変数が独立な場合には、

$$L(\theta) = p(x_1 \mid \theta) \cdot p(x_2 \mid \theta) \cdots p(x_N \mid \theta) \tag{2}$$

となる。両辺の対数をとり、対数尤度（log-likelihood）を $l(\theta)$ とすると、

$$l(\theta) = \sum_{i=1}^{N} \ln \{p(x_i \mid \theta)\} \tag{3}$$

が導かれる。このように、モデルが確率分布の形で与えられている場合には、まず観測値の同時分布から尤度を定義し、その対数として対数尤度を求める方が都合がよい。

あらかじめ与えられたいくつかのモデルがある場合には、対数尤度が最大となるモデルを選ぶことによって近似的には真の分布に一番近いモデルが得られることになる。したがって、モデルがいくつかの調整できるパラメータを含む場合には、対数尤度を最大とするようにパラメータの値を選ぶことによって良いモデルが得られる。これを最大尤度法、略して最尤法、また、得られたモデルを最尤モデルと呼ぶ[12)]。

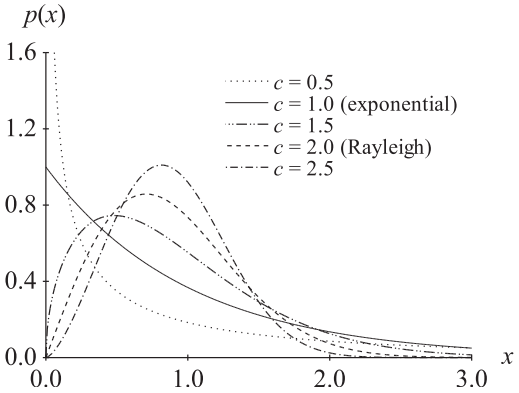


図１　ワイブル分布（$b=1$）[11)]

Fig.1　Weibull distribution ($b=1$).

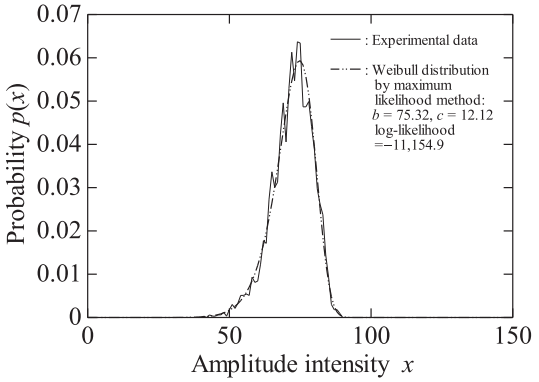


図２　最大尤度法によるシークラッタの分布推定の例

Fig.2　Example of distribution estimation of sea clutter by maximum likelihood method.

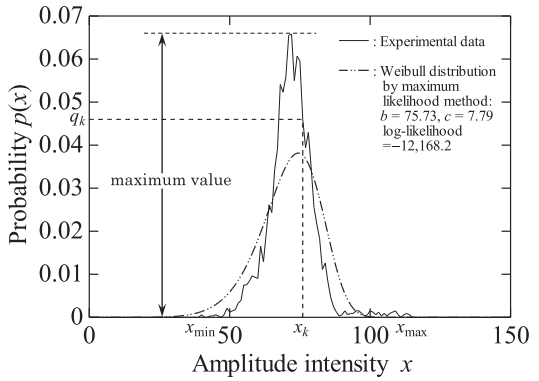


図３　最大尤度法によるターゲットを含むシークラッタの分布推定の例

Fig.3　Example of distribution estimation of sea clutter containing target by maximum likelihood method.

2. 2 ワイブル分布

ワイブル分布は、1939 年にスウェーデン王立工科大学教授 Walodi Weibull によって提案され[5)]、機械製品などの寿命の分布を近似することに用いられてきた。ワイブル分布は、次式のような確率密度関数で表される。

$$p_W(x) = \frac{c}{b}\left(\frac{x}{b}\right)^{c-1}\exp\left[-\left(\frac{x}{b}\right)^{c}\right] \quad (4)$$

（$x \geq 0$、$b>0$、$c>0$）

ここで、x は振幅強度（amplitude intensity）、b はスケールパラメータ、c はシェイプパラメータである。図１に $b=1$ で一定にして c を変化させたときの分布形状の変化を示す。この分布の重要な性質の一つは、指数分布（exponential distribution）とレイリー分布（Rayleigh distribution）をその特別な場合として含んでいることである。すなわち、式（4）は $c=1$ とすることにより指数分布を、$c=2$ とすることによりレイリー分布をそれぞれ表すことができる[13)]。

2. 3 ワイブル分布の部分的最大尤度法

クラッタの振幅強度分布の推定には、最大尤度法が用いられる。図２は、ワイブル分布の最大尤度法によるシークラッタの推定の例である。実線は振幅強度分布、二点鎖線は最大尤度法による分布推定結果である。二点鎖線が実線の特徴をよくとらえていることがわかる。

一方で、図３は、ワイブル分布の最大尤度法によるターゲットを含むシークラッタの推定の例である。一般に、ターゲットはクラッタよりも強い振幅強度で観測されるので、振幅強度分布を表す実線は、x が 40 から約 90 まではシークラッタ、x が約 90 から 114 まではターゲットであると考えられる。分布

推定結果を表す二点鎖線は、実線の特徴を全くとらえていない。これは、最大尤度法が、振幅強度分布に含まれるターゲットの影響を受けているからである。すなわち、ターゲットが対数尤度の計算に含まれることで、極大値が小さく、0 に収束しにくい分布が最尤モデルとして選ばれるからである。これが、最大尤度法の問題点である。

そこで、ターゲットの影響を排除するために、部分的最大尤度法を用いる。図 3 において、観測データは、整数値に量子化されており、最小値 $x_{\min}$ から最大値 $x_{\max}$ まで（図の例では 40 から 114 まで）存在する。ここで、振幅強度 x_k の観測値が m_k 個あったとすると、式（3）は、

$$l(\theta) = \sum_{k=\min}^{\max} m_k \ln \{p(x_k \mid \theta)\} \tag{5}$$

と変形できる。その確率を q_k とすると、観測値の総数が N 個であるので、$q_k = m_k/N$ となり、式 (5) は、

$$l(\theta) = N\sum_{k=\min}^{\max} q_k \ln \{p(x_k \mid \theta)\} \tag{6}$$

となる。さらに、密度関数はワイブル分布 $p_W(x)$ を用いるので、θ は b、c である。すなわち、

$$l(b, c) = N\sum_{k=\min}^{\max} q_k \ln \{p_W(x_k \mid b, c)\} \tag{7}$$

である。

式（7）と同じように、まず、k = min から min + 1 までの和を計算して、b、c の値を変化させて、最大尤度を求める。次に、min + 2 までの和を計算して、最大尤度を求める。同様に 1 つずつ増やして、その都度、対数尤度を計算して最大尤度を求める。最終的に、max まで増やして、計 max − min 個（図の例では計 74 個）の最尤モデルを求める。これらの中から、その極大値が振幅強度分布の極大値（maximum value）に最も近いものを選択し、そのときの x_k を x_{fit} とする。これを、部分的最大尤度法と呼ぶ。

図 4 に、ワイブル分布の部分的最大尤度法によるターゲットを含むシークラッタの推定の例を示す。

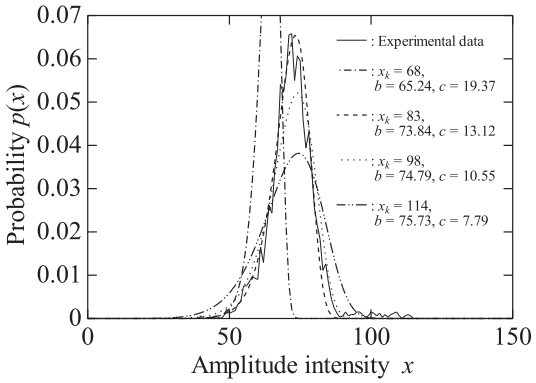


図 4　部分的最大尤度法によるターゲットを含むシークラッタの分布推定の例

Fig.4　Example of distribution estimation of sea clutter containing target by partial maximum likelihood method.

$x_{\min}$ = 40 から x_k = 68、83、98、114 まで、式（7）と同じように和を計算して、最大尤度法で求めた結果が、それぞれ、一点鎖線、破線、点線、二点鎖線である。ここで、最尤モデルの極大値が振幅強度分布の極大値に最も近い結果、すなわち、部分的最大尤度法による結果が、x_{fit} = 83 のときの最尤モデルである。対数尤度を計算する際、84 から 114 までの値を用いないことで、ターゲットによる影響が排除され、破線は、振幅強度分布を表す実線のシークラッタ部分の特徴をよくとらえていることがわかる。また、$x_{\max}$ = 114 のときの最尤モデルは、最大尤度法による結果である。

3. X バンドレーダによるデータの観測

部分的最大尤度法が、ターゲットを含むクラッタの分布推定に有効であることを確認するために、実際に観測されたデータに適用する。観測に用いた X バンドレーダとデータの収録に用いたレーダシステム、そして、これらによって得られた観測データについて説明する。



図５　Ｘバンドレーダ

Fig.5　X-band radar.

表１　Ｘバンドレーダの諸元

Table 1　X-band radar parameters.

JMR-5425-7X	
frequency	9.41 GHz
transmitted power (peak)	25 kW
pulsewidth	0.3 μ s
pulse-repetition frequency	1,900 Hz
antenna length	2.24 m
antenna scan rate	24 rpm
horizontal antenna beamwidth	1.0°
vertical antenna beamwidth	20°
polarization	horizontal

3. 1 観測に用いたＸバンドレーダ

観測に用いたＸバンドレーダは、神奈川県横須賀市走水にある防衛大学校の教育研究Ｂ館の屋上に設置されている。図５にレーダの外観を示す。表１にＸバンドレーダの諸元値を示す。

図６にレーダシステムの構成図を示す。レーダから信号処理装置に、アンテナ回転信号（AZP）、ヘッドマーカ（AZR）ビデオ信号、トリガ信号、が常に送られている。サンプリング開始信号が、電子計算機（PC）から信号処理装置に USB 経由で送られる

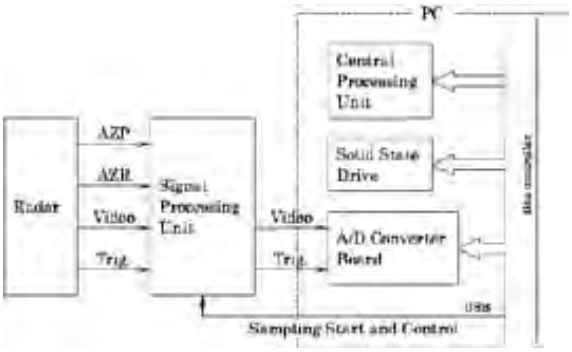


図６　レーダシステムの構成図

Fig.6　Radar system block diagram.

と、ビデオ信号が、PC の A/D 変換ボードによって、8 bit（256 段階）で A/D 変換され、バスコントローラを介して、SSD（Solid State Drive）に記録される。記録する観測データの領域は、PC によって設定し、USB 経由で送られた制御信号に基づいて、レーダからの AZP と AZR によって、信号処理装置が方位角方向と距離方向の制御をそれぞれ行う。また、A/D 変換のサンプリングレートは、PC によって設定し、今回は 40 MHz とした。

3. 2 観測データ

観測は、2025 年（令和 7 年）10 月 22 日 15 時 11 分に行った。当日は、日本列島の南岸に停滞する秋雨前線の影響により、天候は雨、降水量は 0.5 mm/h、気温は 11.8 ℃、風速は北 2.8 m/s、最大瞬間風速は北 6.9 m/s であり、第二海堡付近の浦賀水道航路の海面からの反射波であるシークラッタを観測した。

図 7 に観測データを示す。観測領域は、方位角方向が 21.7° ～ 41.1° であり、距離方向は 3.13 ～ 4.09 km である。観測データは、方位角方向レンジスイープ数（range sweep numbers）256 点、距離方向レンジビン数（range bin numbers）256 点の合計 65,536 点からなっている。各点における反射強度は 0 から 255 までの 256 段階に量子化され、反射強度

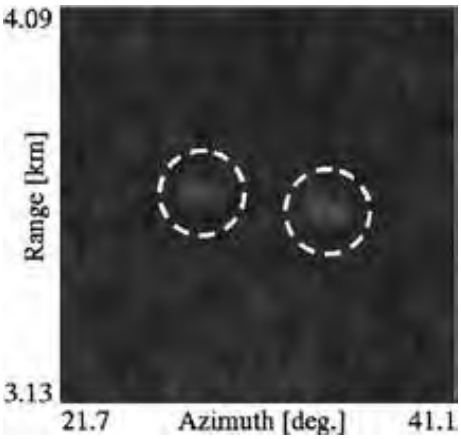


図７　観測データ

Fig.7　Observed data.

表２　ターゲットの諸元

Table 2　Targets parameters.

Name	MEIYOUMARU	RYOSHOMARU
MMSI	431004673	431008854
Callsign	JD3536	JD4076
Vessel type	Tanker	Bulker
Length overall	64 m	70 m
Width	10 m	13 m
Draft	4.5 m	4.35 m

0 の黒から 255 の白までの 256 階調のグレースケールで表示されている。

図全体に薄く白く見えるのは、波からの反射波であるシークラッタである。また、白い破線の丸で囲んだ２つのターゲットは、左側が「明洋丸」（タンカー）、右側が「涼しょう丸」（ばら積み船）である。ターゲットの諸元を表２に示す。なお、海上移動業務識別コード（Maritime Mobile Service Identity；MMSI）などの情報は、自動船舶識別装置（Automatic Identification System；AIS）から得たものである。

4. 分布推定結果

3.2 節の観測データについて、2.3 節で説明したワイブル分布の部分的最大尤度法を用いて推定を行った結果を示す。

一般に、レーダの反射信号はアンテナのビーム幅内では相関が強く、同じような性質をもっていると考えられる。そこで、観測データをアンテナの水平方向のビーム幅（horizontal antenna beamwidth）1.0° に相当する小領域に分割し、それぞれの領域で部分的最大尤度法による分布推定を行うことにする。方位角方向の 256 点に 0 ～ 255 と番号をつけ、レンジスイープ数（range sweep numbers）とすると、アンテナの水平方向のビーム幅とレンジスイープ数の関係から、アンテナの水平方向のビーム幅 1.0° はレンジスイープ数 13 点に相当する。そこで、図 7 をそれぞれ方位角方向 13 点ごとに短冊状に分割し、19 個の小領域とした。データ数は、3,328 である。

小領域について、2.3 節で説明した部分的最大尤度法で、振幅強度分布の極大値に最も近い極大値をとった最尤モデルの x_{fit}、スケールパラメータ b、シェイプパラメータ c を決定した。また、振幅強度分布と分布推定結果の対数尤度を求めた。さらに、最大尤度法による分布推定もあわせて行った。結果をまとめたものを表 3 に示す。

表 3 より X バンドレーダで観測した日本列島の南岸に停滞する秋雨前線の影響による降雨時の船舶を含むシークラッタは、アンテナのビーム幅に相当する小領域において、$c = 10.07 \sim 14.84$ のワイブル分布に従うことがわかる。

図 8 は、レンジスイープ数 78 ～ 90 の小領域におけるワイブル分布の部分的最大尤度法による推定結果である。この小領域は、ターゲットである「明洋丸」を含んでいる。実線は、観測データの振幅強度分布であり、その最小値は $x_{\mathrm{min}} = 40$、最大値は $x_{\mathrm{max}} = 112$ である。振幅強度 x が 40 から約 90 まではシークラッタ、が約 90 から 112 まではターゲットであ

表３　小領域の分布推定結果

Table 3　Result of distribution estimation for different range sweep numbers.

range sweep numbers	partial maximum likelihood method				maximum likelihood method			
	b	c	x_{fit}	log-likelihood	b	c	$x_{\max}$	log-likelihood
0 ～ 12	77.38	13.30	86	-11,612.9	78.67	11.52	94	-11,386.0
13 ～ 25	77.90	12.52	88	-11,265.1	78.22	11.97	93	-11,250.4
26 ～ 38	77.23	13.06	89	-10,983.8	77.26	12.96	90	-10,983.5
39 ～ 51	76.71	13.53	85	-11,927.8	78.30	11.03	96	-11,477.9
52 ～ 64	74.44	12.15	84	-11,951.0	75.67	10.08	98	-11,655.8
65 ～ 77	77.49	11.13	88	-12,201.3	78.97	9.58	98	-11,969.5
78 ～ 90	77.39	12.05	88	-17,516.9	80.98	7.20	112	-12,740.1
91 ～ 103	75.55	12.17	85	-14,859.7	78.22	7.96	110	-12,350.6
104 ～ 116	77.23	12.04	88	-11,421.8	77.59	11.35	97	-11,399.0
117 ～ 129	76.66	10.44	89	-11,810.0	77.02	10.00	94	-11,796.5
130 ～ 142	75.62	10.07	87	-12,127.5	76.71	9.19	94	-12,037.9
143 ～ 155	74.79	11.55	84	-12,011.7	76.22	9.94	94	-11,776.8
156 ～ 168	76.72	11.25	87	-17,162.5	80.64	6.90	115	-12,864.8
169 ～ 181	71.35	11.98	81	-43,583.7	76.94	5.35	119	-13,415.0
182 ～ 194	73.84	13.12	83	-17,103.2	75.73	7.79	114	-12,168.2
195 ～ 207	73.13	14.84	80	-11,627.2	74.96	12.21	87	-11,057.5
208 ～ 220	71.44	12.87	79	-11,507.9	72.75	11.16	87	-11,269.7
221 ～ 233	73.57	13.52	82	-11,633.2	74.90	11.23	93	-11,288.9
234 ～ 246	74.76	13.01	83	-11,199.1	75.32	12.12	89	-11,154.9

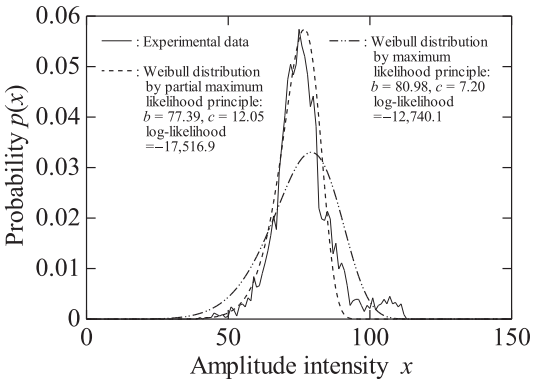


図８　部分的最大尤度法による分布推定結果（レンジスイープ数 78 ～ 90）

Fig.8　Result of distribution estimation by partial maximum likelihood method for range sweep 78 ～ 90.

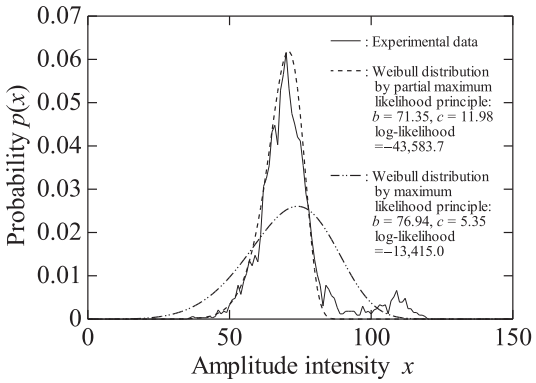


図９　部分的最大尤度法による分布推定結果（レンジスイープ数 169 ～ 181）

Fig.9　Result of distribution estimation by partial maximum likelihood method for range sweep 169 ～ 181.

る。

2.3節で説明したワイブル分布の部分的最大尤度法を用いて推定を行うと、実線の極大値に最も近い極大値をとった最尤モデルは、$x_{fit}=88$のときであり、破線である。対数尤度を計算する際、89から112までの値を用いないことで、ターゲットによる影響が排除され、実線のシークラッタの部分の特徴をよくとらえていることがわかる。

一方、x_{min}からx_{max}までのすべての値から対数尤度を計算して、最大尤度を求めた最大尤度法による結果は、二点鎖線である。ターゲットの影響を受けて、実線の特徴を全くとらえていない。

図9は、レンジスイープ数169～181の小領域におけるワイブル分布の部分的最大尤度法による推定結果である。この小領域は、ターゲットである「涼しょう丸」を含んでいる。実線は、振幅強度分布であり、$x_{min}=36$、$x_{max}=119$である。xが36から約80まではシークラッタ、約80から119まではターゲットである。

同様に、2.3節で説明したワイブル分布の部分的最大尤度法を用いて推定を行うと、実線の極大値に最も近い極大値をとった最尤モデルは、$x_{fit}=81$のときであり、破線である。対数尤度を計算する際、82から119までの値を用いないことで、ターゲットによる影響が排除され、実線のシークラッタの部分の特徴をよくとらえていることがわかる。

一方、最大尤度法による結果は、二点鎖線である。ターゲットの影響を受けて、実線の特徴を全くとらえていない。

5. まとめ

クラッタの振幅強度分布の推定に用いられる最大尤度法は、ターゲットを含む場合に正確に分布推定ができないことを指摘し、その問題点を解決するために、新たに部分的最大尤度法を提案した。

周波数9.41 GHz、ビーム幅1.0°、パルス幅0.3 μs、パルス繰り返し周波数1,900 HzのXバンドレーダを用いて、日本列島の南岸に停滞する秋雨前線の影響による降雨時にターゲットとして2隻の船舶を含むシークラッタを観測した。ワイブル分布の部分的最大尤度法により観測データの推定を行い、アンテナのビーム幅に相当する小領域において、シェイプパラメータ$c=10.07$～14.84のワイブル分布に従うことがわかった。部分的最大尤度法による分布推定は、ターゲットを含む場合でも、シークラッタの正確な分布推定に有効であることを確認した。

部分的最大尤度法は、対数正規分布、ログワイブル分布、仲上m分布などをモデルにすることも可能であり、最大尤度を比較することによって、これらのモデルから最適な分布を選択することもできる。今後は、グランドクラッタやウェザークラッタを観測し、複数のモデルを用いて部分的最大尤度法によって分布推定を行い、比較検討する予定である。

謝辞

本研究は、防衛大学校令和3～5年度防衛基盤特別研究により達成したものである。ここに深謝の意を表する。

参考文献

1) 関根松夫：「レーダ信号処理技術」，電子情報通信学会，東京 (1991).
2) D.K. Barton : *Radar Clutter*, Artech House, London (1975).
3) J. Croney : “Clutter on Radar displays”, *Wireless Eng.*, Vol.33, (1956), pp.83-96.
4) H. Akaike : “Information theory and an extension of the maximum likelihood principle”, *in B.N. Petrov and F. Csaki (Eds.), 2nd International Symposium on Information Theory*, Akademiai Kiado, Budapest (1973), pp.267-281.
5) W. Weibull : “A statistical theory of strength of materials”, *IVA-Handl.*, Vol.151 (1939).

6) S. Sayama and M. Sekine : “Weibull, log-Weibull and K-distributed ground clutter modeling analyzed by AIC”, *IEEE Trans. Aerosp. & Electron. Syst.*, Vol.AES-37, No.3, (2001), pp.1108-1113.
7) M. Nakagami : “The m-Distribution − A General Formula of Intensity Distribution of Rapid Fading”, *Statistical Methods in Radio Wave Propagation, Proc. of a Symposium Held at the University of California, Los Angeles, June* 18-20, 1958, 6a, 7-36, (1960), pp.3-6.
8) 佐山周次：“X バンドレーダで観測したシークラッタに埋もれたターゲットの検出”，電気学会論文誌，Vol.J141-A，No.9, (2021), pp.479-487.
9) 竹内啓，大橋靖雄：「統計的推測」，日本評論社，東京 (1981).
10) 佐山周次：“ワイブル分布の部分的 *Q-Q* 確率プロットにより分析したシークラッタとウェザークラッタの統計的性質”，電気学会論文誌，Vol. J138-A，No.5, (2018), pp.237-243.
11) 山下暉人，鈴木敢統，佐山周次：“X バンドレーダで観測したステルス性のある船舶と灯浮標の検出”，防衛大学校理工学研究報告，第 63 巻第 2 号，(2026), pp.7-16.
12) 坂元慶行，石黒真木夫，北川源四郎：「情報量統計学」，共立出版，東京 (1983).
13) M. Sekine and Y. Mao : *Weibull Radar Clutter*, Peter Peregrinus Ltd., London (1990).