

Olami-Feder-Christensenモデルによる浅発地震の再現へ向けて

岩瀬康行

平成29年9月

Olami-Feder-Christensen モデルによる浅発地震の再現へ向けて

(遠峰 菊郎 教授に捧ぐ)

岩瀬 康行*

(平成 29 年 3 月 31 日受付 : 平成 29 年 6 月 9 日受理)

Toward the realistic simulation of shallow earthquake by the Olami-Feder-Christensen model
(Dedicated to Professor Kikuro TOMINE)

By Yasuyuki IWASE*

Incorporating possible mechanisms in actual faults into the Olami-Feder-Christensen earthquake model (OFC model), we verified the results from the viewpoint of self-organizing critical phenomena. In the model considering size, shape and static heterogeneity of the fault, the power law of the power index -1.2 is found for the energy (or scale) and the number of occurrences of the "earthquake", indicating that these results was not inherently affected by the parameter. However, considering attenuation and dynamic inhomogeneity, the absolute value of the exponent became large, but the power law was still observed. These results suggest that earthquakes based on the OFC model essentially represent self-organized critical phenomena. There were some cases where the statistical distribution of the temporal change of the earthquake energy could be approximated by the q-Gaussian distribution. Further research is required to clarify the criticality of the earthquakes in OFC model.

Keywords: Olami-Feder-Christensen model, earthquake, power-law, q-Gaussian distribution

1. 緒言

地震とは一般にプレートの相対運動により断層間に徐々に溜まった歪エネルギーが、断層が急激に動くことで解放される現象をいう。また、地震は自己組織化臨界現象 (Self-Organized Criticality) のひとつであるという説がある¹⁾。自己組織化臨界現象とは外部のコントロールを受けることなく、系自身が常に臨界状態を保とうとして動的に状態を再構築するものである。砂山を例にすると、砂山に少しずつ砂を積み足して行くところある高さ達した瞬間に砂山は崩れる(「雪崩」と称する)。「雪崩」により砂は周囲に移動する。もし新たに砂が移動した場所の高さが臨界値に達していたらそこで新たな「雪崩」が発生する。この連鎖は系が一時

的な安定状態に達するまで続く。これを続けて行くと「雪崩」は繰り返し発生するが、小さな「雪崩」ほど頻繁に発生し、大きな「雪崩」の発生頻度は低く、「雪崩」の規模とその頻度との間にべき乗則が成り立つ。この関係は自己組織化臨界現象にはサイズ依存性がないために発生する。このような自己組織化臨界現象と思われる現象は地震や生物の絶滅、脳の働きなどに見られる¹⁾。

ところで、地震の規模(マグニチュード)と発生回数との関係はグーテンベルグ・リヒターの法則²⁾として知られる。地震のマグニチュードを M 、発生頻度を n とすると

$$\log_{10} n = a - bM \quad (1)$$

* 防衛大学校 応用科学群 地球海洋学科 助教

の関係がある。ここで、 a と b は定数である。傾き b の値 (b 値) は地域や期間によらず 1.0 前後であるが、一般に地下構造が複雑で不均質な場所で大きくなる³⁾ 4)。

また、地震のエネルギー E とマグニチュード M の間には

$$\log_{10} E = c + dM \quad (2)$$

という関係が成り立つと考えられる。ここで、 $d = 1.4 \sim 2.2$ 程度である⁵⁾。したがって、地震のエネルギー E と発生回数 n との間には、 A を定数として

$$\log_{10} n = A - \frac{b}{d} \log_{10} E \quad (3)$$

すなわち、

$$n \propto E^{-\tau} \quad (4)$$

という関係が成り立つ。ただし、 $\tau = b/d$ である。このように地震のエネルギーと発生頻度との間にはべき乗則が成り立つ。これは地震が自己組織化臨界現象のひとつであることを意味している¹⁾⁶⁾。ただし、式(1)も(2)も経験則に基づくものであり、たとえば、現実に起こりうる地震は断層サイズやマグニチュードには限界があることなどもあり、地震が自己組織化臨界現象であるかは明確な答えは出ていない。

地震、特に浅発地震を簡易なモデルで再現しようという試みは数多く行われている⁷⁾⁸⁾⁹⁾¹⁰⁾¹¹⁾。Olami ら¹⁰⁾ は Burridge と Knopoff⁷⁾ のバネ・ブロックを簡略化し、セル・オートマトン化したモデル (Olami-Feder-Christensen モデル; OFC モデル) を提唱した。セル・オートマトンによる地震モデルは他に基石モデル⁸⁾ が存在するが、OFC モデルは自己組織化臨界現象としての地震をモデル化したものとして知られている。OFC モデルについてはエネルギーの保存・非保存¹⁰⁾、トポロジー¹²⁾¹³⁾などの観点から多数の研究が行われている。しかし、現実的な断層のメカニズムを考慮した OFC モデルで実験を行った例¹⁴⁾は少ない。本論文では、一部他の論文ですでに報告されていることと重なるが、OFC モデルに断層メカニズムを簡単な形で取り入れたモデルを用いて数値実験を行ない、得られた地震のエネルギーと発生回数との関係を議論する。

2. モデル

断層を $L_x \times L_y$ のサイズの長方形のセルで表す。ここで、 L_x , L_y はともに整数である。初期状態では、各セルには $0 \sim F_c$ のランダムな値 (実数) が設定される。この値を「歪 (弾性) エネルギー」とみなす。すべてのセルの数値 (歪エネルギー) を 1 時間ステップごとに ΔF だけ増加する。セル (i, j) ($i = 1 \sim L_x$, $j = 1 \sim L_y$) の値 $F_{i,j}$ が臨界値 F_c (断層の破壊強度に相当) を超えたら、「地震」が発生したとみなし、以下の手続きのように隣接するセルへエネルギーを再配分し、自身のエネルギーは F_r にする。

$$F_{i\pm 1,j} \leftarrow F_{i\pm 1,j} + \alpha(F_{i,j} - F_r) \quad (5)$$

$$F_{i,j\pm 1} \leftarrow F_{i,j\pm 1} + \alpha(F_{i,j} - F_r) \quad (6)$$

$$F_{i,j} \leftarrow F_r \quad (7)$$

ここで、 α は隣接するセルへのエネルギーの分配係数であり、地震が発生したセルからはトータルで 4α の割合の歪エネルギーが隣接セルへ伝搬される。この手続きの際、境界のセルで臨界値を超えた場合、セルが存在しない方向への歪エネルギーの伝搬は無視する。これらの手続きの結果、新たに臨界値 F_c を超えるセルが生じたら同じ手続きを行う。これを臨界値を超えるセルが生じなくなるまで繰り返した後、次の時間ステップへと移行する。本論文では、ひとつの「地震」が発生したことにより同ステップに誘発される「地震」の総数を「地震のエネルギー」または「地震の規模」と称する。

すべての数値実験は $\Delta F = 10^{-6}$ で行った。総時間ステップ 10^8 回、 $L_x = 64$, $L_y = 64$, $\alpha = 0.25$, $F_c = 1$, $F_r = 0$ の条件で行った計算を基準モデルとし、パラメータの一部を変化させたモデルの地震のエネルギーと発生回数との関係を基準モデルと比較して考察する。

3. 結果と考察

3.1 断層のサイズ

まず、断層のサイズに対する影響を調べた。もともと系のサイズに次元はないが、系のサイズ $L_x \times L_y$ と臨界値 F_c との比が系を特徴づける指標であるとみなし、臨界値は一定 ($F_c = 1.0$) のまま系のサイズを $L_x \times L_y = 16 \times 16$, 32×32 , 64×64 (基準モデル), 128×128 , 256×256 でそれぞれ数値実験を行った。図 1 に地震発生回数と地震のエネルギーとの関係を示す。すべての

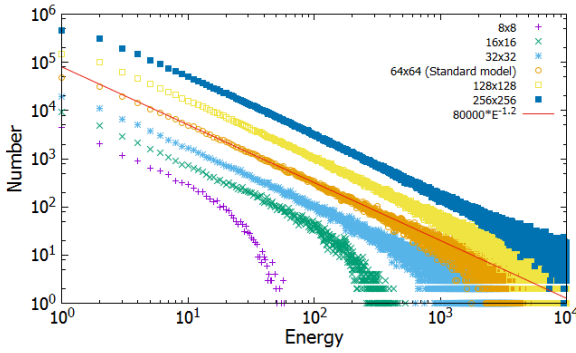


図1 地震の発生回数とエネルギーの関係(1)。系のサイズを 8×8 , 16×16 , 32×32 , 64×64 (基準モデル), 128×128 , 256×256 にして数値実験を行った。どのケースも地震の規模と発生回数との間にべき乗則が見られ、べき指数は-1.2である。

Fig. 1 Relationship between number and energy of earthquakes for various fault sizes

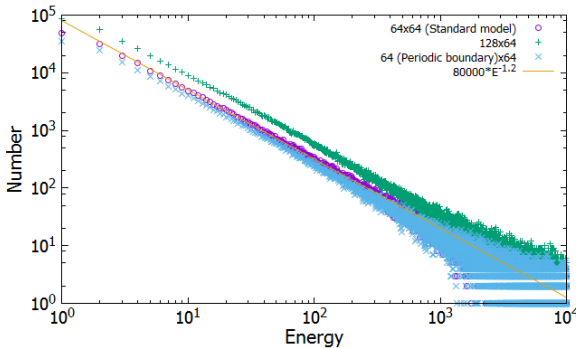


図2 地震の発生回数とエネルギーの関係(2)。断層のサイズを 64×64 (基準モデル), 128×64 , 64 (周期境界条件) $\times 64$ として数値実験を行った。どのモデルも地震の規模と発生回数との間にべき指数-1.2 のべき乗則が成り立っている。

Fig. 2 Relationship between number and energy of earthquakes for various fault shapes

ケースで現実の地震と同様に発生エネルギーの大きな地震ほど数が少ないというべき乗則(式(4))が見られた。

べき乗の指数はカットオフが発生するまでのエネルギーに対し小数点以下1桁の精度で目視により決定した。べき指数は断層のサイズには依存せずに $\tau = 1.2$ が得られた。したがって、べき指数 τ には断層のサイズ依存性はない。しかし、断層のサイズが小さいほど同エネルギーの地震の発生回数は減る。断層の面積が L_x の2乗に比例するのに対し、境界の長さは L_x に比例

するために、 L_x が小さいほど同規模の地震でもエネルギーの損失率が高く、同規模の地震の発生回数が減少する。同エネルギーの地震の発生回数は系のサイズに対して $L_x^{1.3}$ に比例している。

また、規模の大きな地震の発生回数はべき乗則から外れ、より大きく減少する。これも境界からの歪エネルギー損失によるもので、断層のサイズが小さいほど低いエネルギーで顕著に表れる。べき乗則から外れ、カットオフするエネルギーは系のサイズに対して $L_x^{2.2}$ に比例する¹³⁾。

3.2 断層の形状

実際の断層の形状は不定形であり、必ずしも正方形ではない。本研究では、断層のアスペクト比が 1:1, 2:1, および x 方向のみ周期的な境界条件を課した数値実験を行った(図2)。周期的境界条件のモデルでは、 $i=0$, L_x+1 に伝搬する歪エネルギーを無視せず、それぞれ $i=L_x, 1$ へと伝搬させた。断層形状を変えた実験ではいずれの場合もべき乗則が成り立ち、その指数は $\tau = 1.2$ であった。したがって、べき指数 τ は断層の形状にも依存性はないことが分かる。

断層サイズを 128×64 (緑色) にすると基準モデル(紫色)と比較して同じエネルギーの地震の発生回数が増加した。これは基準モデルと比べて、断層の面積が2倍になったのに対して境界の長さは1.5倍にしかならず、相対的に歪エネルギーの失われる断層境界が減少したためと考えられる。

周期的な境界条件を課す(水色)と、歪エネルギーの伝搬可能な距離は長くなるものの、断層面積に対する境界長は変化がないため、地震の発生回数には基準モデルと大きな違いは見られない。

3.3 減衰

弾性(歪)エネルギーは伝播の途中で減衰する。この効果は α を変化させることで実現できる。 $\alpha=0.25$ のときは歪エネルギーは境界以外では保存され、 $\alpha < 0.25$ のときは非保存となる(減衰する)。図3は $\alpha=0.25$ (基準モデル)(紫色), $\alpha=0.24$ (緑色), $\alpha=0.20$ (水色) の場合の計算結果である。 α が小さく、減衰が大きければ大きいほど、大規模な地震の頻度が減少するが、べき乗則は成り立っている。 $\alpha=0.25$ (基準モデル), $\alpha=0.24$, $\alpha=0.20$ のべき指数はそれぞれ $\tau = 1.2, 1.5, 1.8$ であった。

α が小さい、すなわち、減衰が大きければ歪エネルギーが遠方へ伝達しないために連鎖的な地震が発生しにくくなり、大規模地震の発生頻度が小さくなる傾向

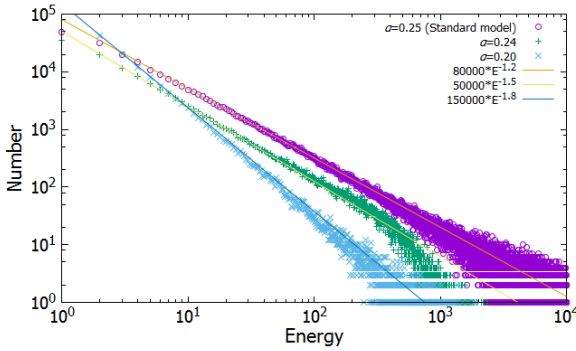


図3 地震の発生回数とエネルギーの関係(3)。減衰を考慮 ($\alpha = 2.5, 2.4, 2.0$) した数値実験結果 ($\alpha = 2.5$ は減衰はなく境界以外ではエネルギーは保存される)。減衰を考慮してもべき乗則は成り立つが、減衰が大きいほどべき指数の絶対値は大きくなる。

Fig. 3 Relationship between number and energy of earthquakes for attenuation models

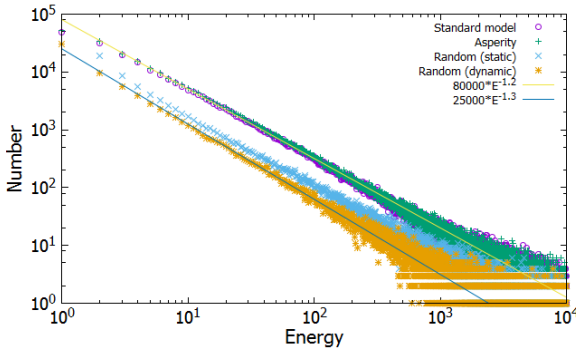


図4 地震の発生回数とエネルギーの関係(4)。アスペリティを考慮したモデルの数値実験結果。基準モデルおよび $i \leq 32$ では $F_c = 0.9$ としたモデル (Asperity) と全領域で F_c を 0 から 1 までの乱数としたモデル (Random (static))、一度地震が起こると F_c を 0 から 1 までの乱数に再設定したモデル (Random (dynamic)) の結果が示されている。Asperity, Random (dynamic) ではそれぞれべき指数 $\tau = 1.2$, $\tau = 1.3$ のべき乗則が成立しているが、Random (static) では小規模地震ではべき乗則から外れている。

Fig. 4 Relationship between number and energy of earthquakes for asperity models

になる。しかし、小規模な地震の発生回数はほとんど減少しない。このために、総地震発生回数は $\alpha = 0.25$ のモデルでは約 3.4×10^5 回、 $\alpha = 0.24$ のモデルでは約 1.6×10^5 回、 $\alpha = 0.20$ のモデルでは約 3.6×10^5 回という結果となった。

この実験結果は実際の地震では断層の弾性パラメータの違いによってグーテンベルグ・リヒター則の b 値が変化している可能性を示している¹⁵⁾。

3.4 不均質性とアスペリティ

断層面の強度は場所によって異なる。特に、通常は強く固着していて、あるとき急激にずれて地震波を出す領域をアスペリティとよぶ。本研究では、計算領域の一部の F_c 値を変化させることでアスペリティをモデル化した (図 4)。計算領域の半分 ($i \leq 32$) の F_c を 0.9 に設定したモデル (緑色) は地震のエネルギー・発生回数ともに基準モデル (紫色) とほぼ同様の結果が得られた。

また、計算領域のすべての F_c を 0 から 1 の乱数としてモデル計算を行う (水色) と、全エネルギー域にわたって基準モデルよりも地震の発生回数が少ないという結果が得られた。これはひとつのセルが保持できる歪エネルギーが小さくなったため、伝搬される歪エネルギーも小さくなった結果と考えられる。また、エネルギーの小さな地震がべき乗則を外れて多く発生するという結果となった。しかし、エネルギーの大きな地震 (おおよそ $E > 10$) では $\tau = 1.2$ のべき乗則にしたがっている。

さらに、一度地震が起こるたびに F_c の値を 0 から 1 のランダムに再設定したモデル (橙色) でも基準モデルと比べて同程度のエネルギーの地震の発生回数は少なくなったが、べき乗則は成立し、べき指数は $\tau = 1.3$ となった。これを b 値に換算すると、 $\tau = 1.2$ と比べて 0.2 程度の増加に相当する。同じ地域の b 値の時間変化は 0.4 程度変化しうることが知られており⁵⁾、 $\tau = 1.3$ は $\tau = 1.2$ と比べて有意な増加と考えられる。

このモデルでは境界以外では歪エネルギーは保存されるが、系全体が持つことができる最大歪エネルギーの値が動的 (ステップごと) に変化する。減衰モデルでは系全体の持つことが可能な最大歪エネルギーは変化しないが、伝搬中にエネルギー減衰が発生することで、系全体が持つことが可能な最大歪エネルギーに対しての系の持つ歪エネルギー総量が動的に減少する。このことより、系全体が持つことが可能な最大歪エネルギーに対しての系の持つ歪エネルギー総量が動的に変動することでべき指数が変化することが示唆される。

3.5 残留応力

地震が発生したときに、断層間に蓄積されていた歪エネルギーは必ずしも完全に解放されるわけではなく、歪エネルギーの一部が残留する。これを再現するため

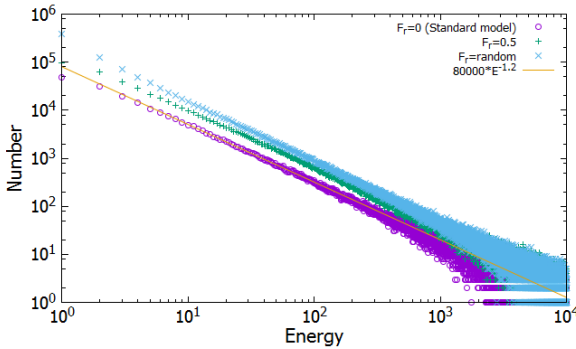


図5 地震の発生回数とエネルギーの関係(5)。残留応力を $F_r=0$ (基準モデル), $F_r=0.5$, $F_r=0-1$ の乱数としたモデルの数値実験結果。いずれの場合も $\tau=1.2$ のべき乗則が成立している。

Fig. 5 Relationship between number and energy of earthquakes for residual strain models

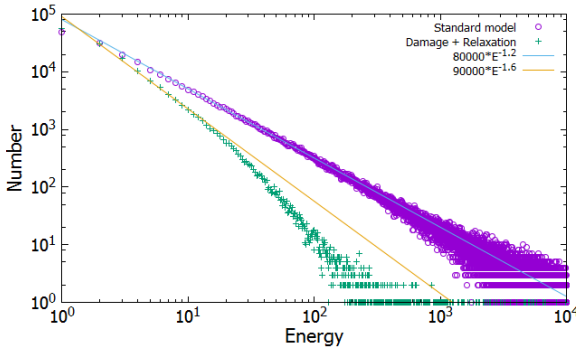


図6 地震の発生回数とエネルギーの関係(6)。 $F_c=1$ で一定なモデル (基準モデル) と一度地震が発生すると $F_c=0.9$ になり、一時間ステップごとに 0.01 回復するモデル (ダメージ・回復モデル) の数値実験結果。ダメージ・回復モデルではべき指数が -1.6 となっている。

Fig. 6 Relationship between number and energy of earthquakes for damage and relaxation models

に、地震発生後の残留歪エネルギーを $F_r=0.5$ に設定した実験と 0 から 1 までの乱数 (F_r) に設定した実験を行った。

数値実験の結果、両モデルともに地震の発生回数とエネルギーとの間に $\tau=1.2$ のべき乗則が成立した (図5)。残留歪エネルギーを 0.5 に設定したモデル (緑色) は、基準モデルの臨界値 F_c を 0.5 に設定したことと本質的に同じであるので、基準モデルと同様にべき乗則が成り立つと考えられる。しかし、ひとつのセルが保持できる歪エネルギーが減ったことで同規模の地震発生回数は増加している。

残留歪エネルギーをランダムに設定した場合 (水色) も地震の発生回数とエネルギーとの間に $\tau=1.2$ のべき乗則が成立する。このモデルでは残留歪エネルギーを $F_r=0.5$ としたモデルよりもさらに同規模の地震発生回数は増加している。

以上のように、残留応力を考慮したモデルではべき指数の変化はないことが示されたが、残留応力がステップごとに動的に変化するならば、不均質・アスペリティモデル (3.4章参照) で示したようにべき指数が変化することがある。

3.6 ダメージと回復

地震が起こり破壊された断層は破壊前よりも破壊強度が低下するが、時間とともに強度は回復する。これを、一度地震が発生すると発生したセルの臨界値 F_c が 0.9 に減少するが、1時間ステップごとに臨界値が 1.0 を上限に 0.001 だけ回復するとモデル化した (図6; 緑色)。このモデルは発生頻度が低かったため、総時間ステップは 10^{10} 回とした。不均質・アスペリティモデルもこのモデルと同様に F_c が 1 未満であり、基準モデルと比べて同程度のエネルギーの地震発生回数は減少した (3.4章参照) が、それと比べて本モデルでは地震発生回数が大きく減少した。これは回復の効果により、セルが臨界値に達するまでの時間が大きく増加したためであると考えられる。

ダメージ・回復モデルでもべき乗則は見られたが、地震のエネルギー $E=20$ 付近以上では境界の効果によるカットオフが起こっている。あるいは、 $E=20$ 付近を境にべき指数が変化し、低エネルギー側でべき指数 $\tau=1.6$ 、高エネルギー側で $\tau=2.2$ 程度となっているように見える。これはセルが臨界値に達するまでの時間が増加したためにエネルギーが遠方へ伝搬されにくくなったことによると考えられる。

いずれにせよ、このモデルでは境界を除き歪エネルギーは保存されるが、べき指数 τ は 1.2 よりも大きくなった。このケースでも系全体が持つことのできる最大歪エネルギーが動的に増加するために、歪エネルギーが遠方へ伝搬しにくくなっていると考えられる。

3.7 現実の地震との比較

アメリカ地質調査所の地震カタログ¹⁶⁾よりダウンロードした1997年1月1日から2016年12月31日までの20年間に世界中で発生した実際の地震の発生回数とマグニチュードとの関係を図7に示す。データの約7割が深さ 60km 以浅で発生した浅発地震であった。地震の発生回数の対数とマグニチュードとの間には線

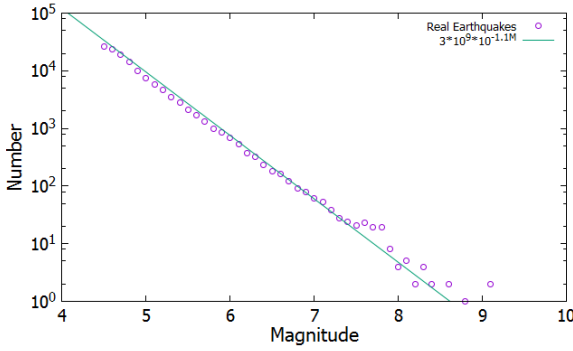


図 7 実際の地震のマグニチュードと発生回数との関係。1997年1月1日から2006年12月31日の間に世界中で発生した地震のデータを用いた。データはアメリカ地質調査所より得た。低マグニチュードの地震は観測機器に記録が残らないためにマグニチュード 4.5以上の地震のみを選別した。

Fig. 7 Relationship between number and magnitude for real earthquakes

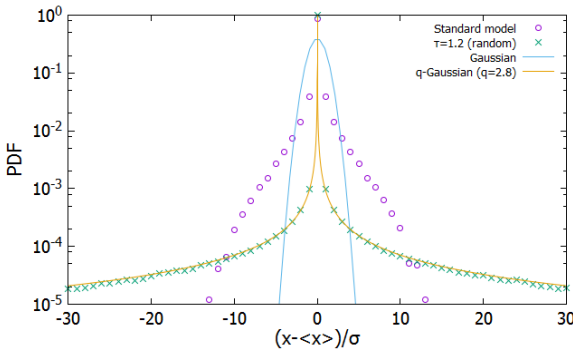


図 8 地震のエネルギーの差の確率密度分布 (1)。基準モデル ($\tau=1.2$) と $\tau=1.2$ となるように乱数により作りだされたべき乗分布の地震のエネルギーの差 ($x(t) = E(t+1) - E(t)$) の確率密度分布を示している。 $\langle x \rangle$, σ はそれぞれ x の平均, 標準偏差である。同時に, ガウス分布 ($\sigma=1$) と q -ガウス分布曲線 ($q=2.8$, $\sigma=1 \times 10^{18}$) も描いた。

Fig. 8 Probability density function of temporal change of earthquake energy for random model

形関係が成り立ち, 傾きは $b=1.1$ であった。式(4)に示したように $\tau=b/d$ であり, $d=1.4 \sim 2.2$ 程度である⁵⁾ので, $b=1.1$ は $\tau=0.5 \sim 0.8$ に相当する。

実際の地震とこれまでに示した OFC モデルとは単純に比較はできないものの, 減衰や不均質性 (3.3, 3.4 章), ダメージ・回復 (3.6 章) など系全体の持つことができる歪エネルギーに対して実際に保持している歪

エネルギーが動的に変化することを考慮したモデルは τ の値が基準モデルで得られた 1.2 よりも大きくなる傾向にある。つまり, b 値が大きくなることを意味している。一方で, 断層のサイズや形状 (3.1, 3.2 章), 歪エネルギー比が動的に変化しないパラメータ変化 (3.4, 3.5 章) は b 値との関係は弱いようである。

3.8 q -ガウス分布による近似

Caruso ら¹⁷⁾では OFC モデルに対する新しい解析方法が試みられている。彼らは, 地震の発生順番のみに着目し, t 番目の地震と $t + \Delta$ 番目の地震のエネルギーの差 ($x(t)$) の確率密度分布に着目している。

図8に標準モデルから得られる x の確率密度分布 (紫色) と乱数を用いて疑似的に作った $\tau=1.2$ のべき乗分布から求めた x の確率密度分布 (緑色) を示す (ともに $\Delta=1$ である)。図8には同時にガウス分布 (分散 $\sigma^2=1$; 水色) と q -ガウス分布 (橙色) も示した。ここで, q -ガウス分布 $p(x)$ は

$$p(x) = \frac{1}{Z_q} \left(1 - \frac{1-q}{3-q} \frac{x^2}{\sigma^2} \right)^{\frac{1}{1-q}} \quad (8)$$

で表される。ただし, Z_q は正規化定数であり,

$$Z_q = \int_{-\infty}^{\infty} \left(1 - \frac{1-q}{3-q} \frac{x^2}{\sigma^2} \right)^{\frac{1}{1-q}} dx \quad (9)$$

である。なお, $q=1$ のとき, q -ガウス分布はガウス分布と一致する。

基準モデル (紫色) はガウス分布 (水色) よりも尖ったピークと広がった裾を持ち, q -ガウス分布とは明らかに異なった分布を示している。基準モデル以外の $\tau=1.2$ となった他のモデル (3.1, 3.2, 3.5 章参照) はすべて同様の確率密度分布を示した。また, Δ を変化させても確率密度分布に変化は見られない。このように時間に依存性がなく, 発生した地震の規模の差が同様の確率密度関数で近似できることは地震の発生が確率的なものであり, 予測不可能であることを示唆している。しかし, 乱数により作りだした $\tau=1.2$ のべき乗分布から求めた $x(t)$ の確率密度分布 (緑色) は $q=2.7$ の q -ガウス分布で近似可能であり, q -ガウス関数で近似可能なことが必ずしも臨界現象であることを示しているわけではない。

図9に基準モデル ($\tau=1.2$), 減衰モデル ($\alpha=2.0$) (3.3 章), ダメージ・回復モデル (3.6 章) の x の確率

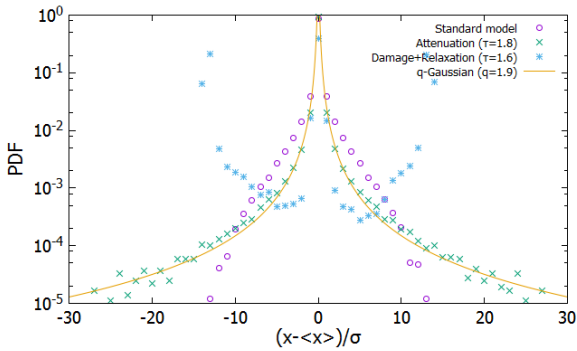


図9 地震のエネルギーの差の確率密度分布 (2)。基準モデル ($\tau=1.2$)、減衰モデル ($\alpha=2.0$)、ダメージ・回復モデルの結果を示している。ダメージ・回復モデルは横軸のスケールを 10 倍にした。また、q-ガウス分布曲線 ($q=1.9$, $\sigma=0.1$) も描いた。

Fig. 9 Probability density function of temporal change of earthquake energy for attenuation model and damage and relaxation model

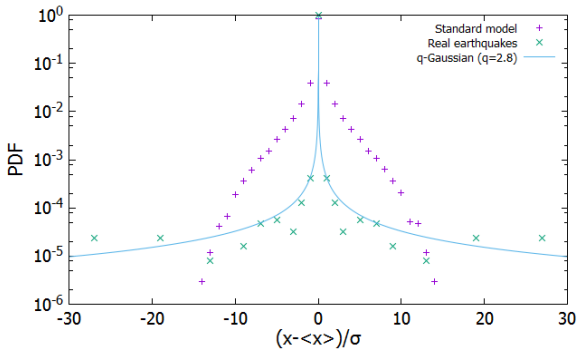


図10 地震のエネルギーの差の確率密度分布 (3)。基準モデル ($\tau=1.2$) と実際の地震 ($\tau=0.7$) のエネルギーの差 $x(t)=E(t+1)-E(t)$ の確率密度分布を示している。q-ガウス分布曲線 ($q=2.8$, $\sigma=1 \times 10^{-21}$) も描いた。実際の地震は横軸のスケールを 1/10 にしている。

Fig. 10 Probability density function of temporal change of energy for real earthquakes

密度分布を示す。減衰モデルとダメージ・回復モデルはともに $\tau=1.2$ とはならなかったモデルである。減衰を考慮したモデル (緑色) は $\tau=1.8$ であり、基準モデル (紫色) と比較すると裾が広がっていて、 $q=1.9$ の q-ガウス分布 (橙色) で近似できる。しかし、ダメージ・回復を考慮したモデル (水色) では 3 個のピークを持つ確率密度分布が得られた。このことは、このモデルの地震のエネルギーの差が 2 値的であることを示唆している。このケースでも q-ガウス分布で x の確

率密度を近似することは不可能である。

地震のマグニチュードは式 (2) よりエネルギーに換算可能である。1997 年から 2016 年までの実際のデータをもとに地震のエネルギーの差の確率密度分布を求めた (図 10; 緑色)。このとき、 $c=0$, $d=1.5$ ($\tau=0.7$ に相当) として計算を行った。実際の地震の場合でも q-ガウス分布で近似可能であり、 $q=2.8$ となった (水色)。

Caruso ら¹⁷⁾は q は τ の一価関数であると述べているが、本研究の例で示すように必ずしも x の確率密度関数を q-ガウス分布で表すことができないケースが存在する。また、実際の地震データから得た τ は 0.5~0.8 程度となり、Caruso ら¹⁷⁾によると $\tau=0.5-0.8$ に対応する q は 4.0 以上であるが本研究では $q=2.8$ 程度でもとも一致した。また、乱数を用いて作成した臨界現象とはいえない疑似地震に対する x の確率密度関数に対しても q-ガウス分布近似が可能である (図 8 緑色)。したがって、地震のエネルギーの差の確率密度関数を q-ガウス関数で近似する手法は、地震、あるいは自己組織化臨界現象の解析手法として有用ではあるものの、完全ではなく、まだ研究の余地が残されていることが分かった。

4. 結論

本論文では OFC モデルに実際の断層で浅発地震が発生したときに考えられるいくつかの効果を取り入れた数値実験結果を示した。すべてのモデルで地震のエネルギーと発生回数との間にべき乗則が成立した。減衰を考慮していない保存系 OFC モデルではべき指数が変化するという結果はこれまで報告されていないが、本研究では臨界値に動的な不均質性を考慮したモデル (3.4 章) およびダメージ・回復を取り入れたモデル (3.6 章) で、地震のエネルギーと発生回数との関係のべき指数が大きくなることが発見された。このことは、 τ 値はグーテンベルグ・リヒター則の b 値に比例するものであるので、地下構造が複雑で不均質な場所で b 値が大きくなる³⁾⁴⁾という事実と整合性のある結果である。

数値実験より得られた地震の規模の時間差の確率密度分布は実際の地震を含め q-ガウス分布にしたがうケースと、基準モデルを含めたがわかないケースとがあった。これまでの研究¹⁷⁾では、臨界状態である場合にのみ q-ガウス分布にしたがうとされていたが、べき乗分布乱数でも q-ガウス分布にしたがう。また、ダメージ・回復モデル (3.6 章) はべき乗則は成り立つが q-ガウス分布にはしたがわかない。自己組織化臨界現象と

q-ガウス分布との関係は今後のさらなる検証が必要であろう。

本論文では、断層で起こり得るいくつかの効果を単独に取り入れたモデルを紹介した。しかし、実際の地震現象は複数の効果が重なっている。また、OFC モデルはセル・オートマトンを用いてプレート境界面での浅発地震を表現したモデルであり、非常に単純化されたモデルであることが特長であるが、一方で岩石の破壊力学などミクロな物理は考慮されていないし、マクロな岩盤の状態も考慮されていない。たとえば、岩盤は浅い部分では脆性的であるが、深くなるにつれ延性的になる。さらに、プレート境界型の地震ではプレート境界面とその近傍に歪の解放域が偏在しているなどの複雑性がある。また、断層破壊は有限の時間で発生するが、このモデルでは同一時間ステップ内に処理される。数値モデルで与えたパラメータ値と実際の断層の物性値との関係も明確ではない。OFC モデルは簡単なモデルであるから色々な条件を試すことができる。しかし、実際の地震現象はそのひとつひとつが発生の条件が異なっており、モデル計算との対比は容易ではない。OFC モデルの利点である単純さを残したまま、実際の断層メカニズムを適切にモデル化することにより、より現実の地震に近いモデルを作成することが今後の課題である。

謝辞

遠峰菊郎教授の防衛大学校での 40 年以上にわたるご尽力と貢献に感謝の意を込めて本稿を捧げます。

参考文献

- 1) P. Bak, *How Nature Works*, Springer-Verlag, New York (1996).
- 2) B. Gutenberg and C. F. Richter, "Magnitude and energy of earthquakes", *Ann. Geofis.*, **9** (1956), pp.1-15.
- 3) K. Mogi, "Magnitude-frequency relations for elastic shocks accompanying fractures of various materials and some related problems in earthquakes", *Bull. Earthquake Res. Inst. Univ. Tokyo*, **40** (1962), pp.831-853.
- 4) J. Mori, and R. E. Abercrombie, "Depth dependence of earthquake frequency-magnitude distributions in California: Implications for rupture initiation", *Jour. Geophys. Res.*, **102** (1997), pp.15081-15090.
- 5) 宇津徳治:「地震学」, 共立出版, 東京 (2001) .
- 6) P. Bak, and C. Tang, "Earthquake as a self-organized critical phenomenon", *Jour. Geophys. Res.*, **94** (1989), pp.15635-15637.
- 7) R. Burridge and L. Knopoff, "Model and theoretical seismicity", *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **57** (1967), pp.341-371.
- 8) M. Otsuka, "A simulation of earthquake occurrence", *Phys Earth Planet Inter*: **6** (1972), pp.311-315.
- 9) H. Nakanishi, "Cellular-automaton model of earthquakes with deterministic dynamics", *Phys. Rev. A*, **41** (1990), pp.7086-7089.
- 10) Z. Olami, H. J. S. Feder and K. Christensen, "Self-organized criticality in a continuous, nonconservative cellular automaton modeling earthquakes", *Phys. Rev. Lett.*, **68** (1992), pp.1244-1247.
- 11) M. J. Alava, P. Nukala and S. Zapperi, "Statistical models of fracture", *Adv. Phys.*, **55** (2006), pp. 349-476.
- 12) O. Kinouchi, S. T. R. Pinho and C. P. C. Prado, "Random-neighbor Olami-Feder-Christensen slip-stick model", *Phys. Rev. E*, **58** (1998), pp. 3997-4000.
- 13) F. Caruso, V. Latora, A. Pluchino, A. Rapisarda and B. Tadić, "Olami-Feder-Christensen model on different networks", *Eur. Phys. J.*, **B 50** (2006), pp.243-247.
- 14) E. A. Jagla, "Realistic spatial and temporal earthquake distributions in a modified Olami-Feder-Christensen model", *Phys. Rev. E*, **81** (2010), 046117
- 15) K. Christensen and Z. Olami, "Variation of the Gutenberg-Richter b values and nontrivial temporal correlations in a spring-block model for earthquakes", *Jour. Geophys. Res.*, **97** (1992), pp.8729-8735.
- 16) USGS, "Search Earthquake Catalog", URL <https://earthquake.usgs.gov/earthquakes/search/> (2017年3月3日アクセス)
- 17) F. Caruso, A. Pluchino, V. Latora, S. Vinciguerra and A. Rapisarda, "Analysis of self-organized criticality in the Olami-Feder-Christensen model and in real earthquakes", *Phys. Rev. E*, **75** (2007), 055101.